Exercise Sheet

10/21

1. 在 SimpleWhile 语言中，如果我们用 $s_{a,b}$ 表示 `i` 与 `n` 两个变量取值为 a 和 b 并且其他程序变量都为 0 的程序状态，请写出下面各个集合分别包含 $(s_{0,3}, s_{1,3})$、$(s_{0,3}, s_{2,3})$、$(s_{0,3}, s_{3,3})$、$(s_{-1,5}, s_{5,5})$、$(s_{0,5}, s_{5,5})$、$(s_{1,5}, s_{5,5})$、$(s_{2,5}, s_{5,5})$、$(s_{3,5}, s_{5,5})$、$(s_{4,5}, s_{5,5})$、$(s_{5,5}, s_{5,5})$ 中的哪些元素？

   - $\mathrm{boundedLB}_0(\llbracket e \rrbracket, \llbracket c \rrbracket)$
   - $\mathrm{boundedLB}_1(\llbracket e \rrbracket, \llbracket c \rrbracket)$
   - $\mathrm{boundedLB}_2(\llbracket e \rrbracket, \llbracket c \rrbracket)$
   - $\mathrm{boundedLB}_5(\llbracket e \rrbracket, \llbracket c \rrbracket)$
   - $\mathrm{iterLB}_0(\llbracket e \rrbracket, \llbracket c \rrbracket)$
   - $\mathrm{iterLB}_1(\llbracket e \rrbracket, \llbracket c \rrbracket)$
   - $\mathrm{iterLB}_2(\llbracket e \rrbracket, \llbracket c \rrbracket)$
   - $\mathrm{iterLB}_5(\llbracket e \rrbracket, \llbracket c \rrbracket)$

   其中 e 表示条件表达式 `i < n`，c 表示循环体 `i = i + 1`，即循环语句是：

   ```
   while (i < n) do { i = i + 1 }
   ```

2. 考虑：

   - 循环语句：`while (0 < x) do { x = x - 1 }`
   - 循环条件 e：`0 < x`
   - 循环体 c：`x = x - 1`

   请用列举集合元素或描述集合元素所符合性质的方式写出：

   - $\llbracket \text{while } (e) \text{ do } \{c\} \rrbracket$
   - $F(X) \triangleq \mathrm{test_true}(\llbracket e \rrbracket) \circ \llbracket c \rrbracket \circ X \cup \mathrm{test_false}(\llbracket e \rrbracket)$ 的全部不动点。

3. 考虑：

   - 循环语句：`while (0 < x) do { if (0 < x) then { x = x - 1 } else { skip } }`
   - 循环条件 e：`0 < x`
   - 循环体 c：`if (0 < x) then { x = x - 1 } else { skip }`

   请用列举集合元素或描述集合元素所符合性质的方式写出：

   - $\llbracket \text{while } (e) \text{ do } \{c\} \rrbracket$
   - $F(X) \triangleq \mathrm{test_true}(\llbracket e \rrbracket) \circ \llbracket c \rrbracket \circ X \cup \mathrm{test_false}(\llbracket e \rrbracket)$ 的全部不动点。